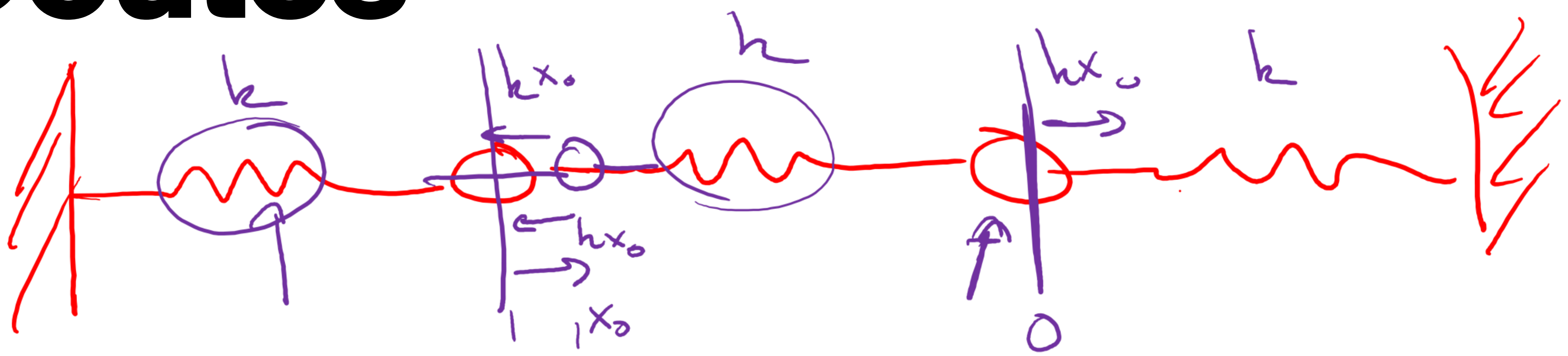
Semaine 11
Doutes

ME-332 – Mécanique Vibratoire

École
polytechnique
fédérale
de Lausanne

Doutes



$$\vec{F} = [k]\,\vec{x}$$

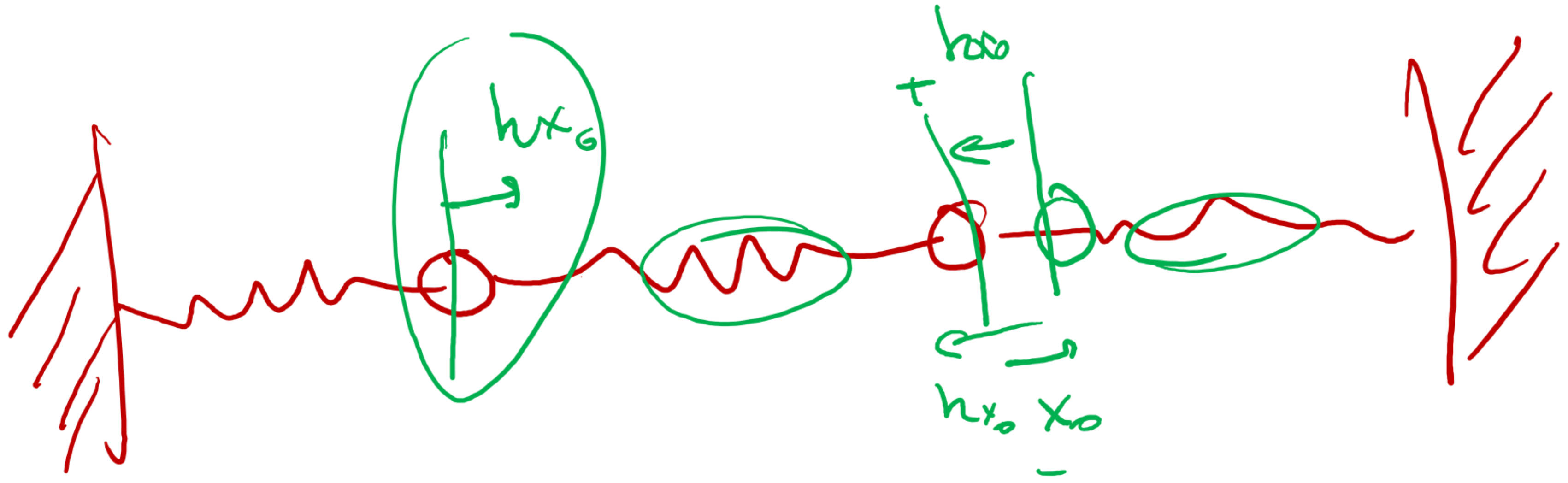
$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_0 = \begin{pmatrix} -2kx_0 \\ kx_0 \end{pmatrix}$$

$$= -x_0 \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{pmatrix}$$

$k_{11} = 2k$

$k_{12} = -k$



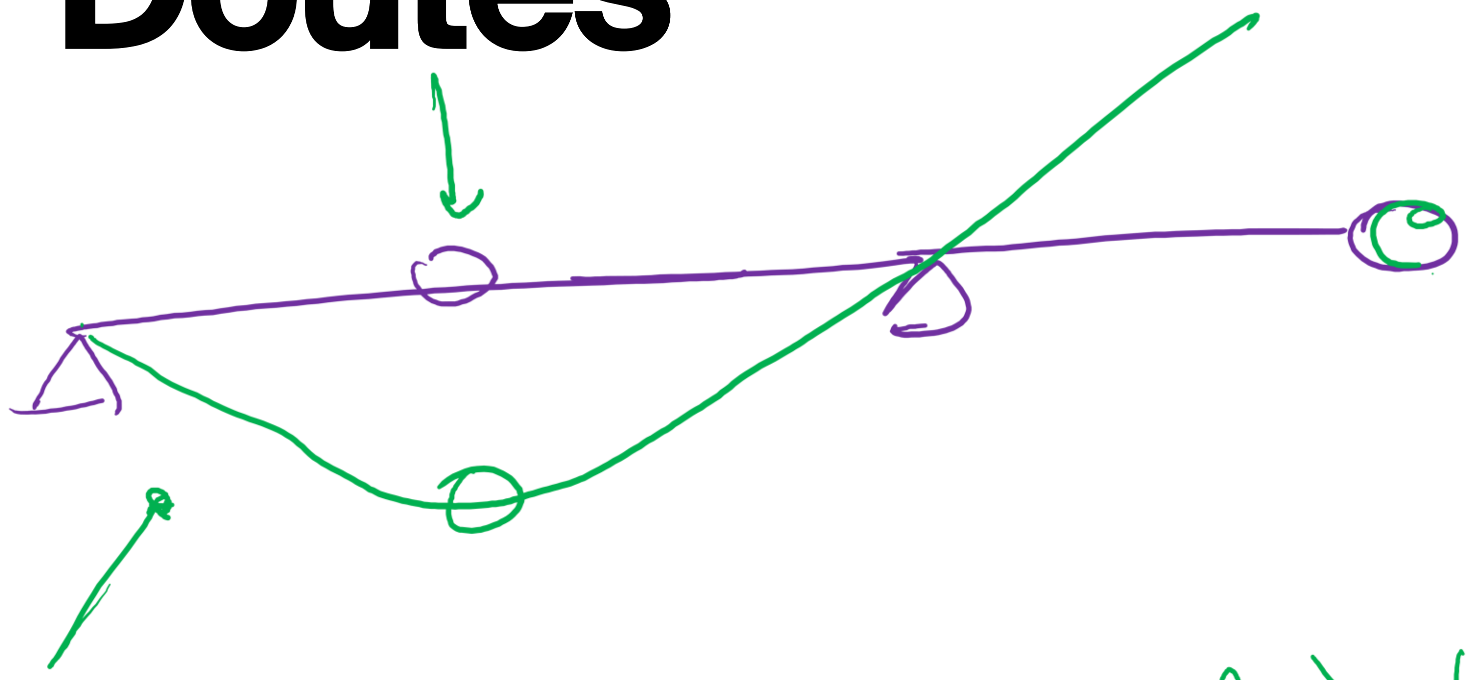
$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} x_0 =$$

$$\begin{pmatrix} kx_0 \\ -2kx_0 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$k_{12} = -k$

$k_{22} = 2k$

Doutes



$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = -K \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_0 \\ 0 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} k_{11} x_1 + k_{12} x_2 \\ k_{12} x_1 + k_{22} x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = -\underbrace{\begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12} & \rho_{22} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} F_0 = -\begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{12} \end{pmatrix} F_0$$

Base réelle $\quad E = K^{-1}$

Base modale de K $\longrightarrow$ $K^0 = \begin{pmatrix} k^0_1 & & & 0 \\ & k^0_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & k^0_N \end{pmatrix}$; $\quad K^{0\,-1} = \begin{pmatrix} 1/k^0_1 & & & 0 \\ & 1/k^0_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/k^0_N \end{pmatrix}$

Aussi base modale de E

Doutes

$$\tilde{z} = a + bj = |\tilde{z}| \cdot e^{i\varphi}$$

$$m\ddot{\tilde{z}} + c\dot{\tilde{z}} + k\dot{\tilde{z}} = \tilde{F}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos\omega t$$

$$\cos\omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

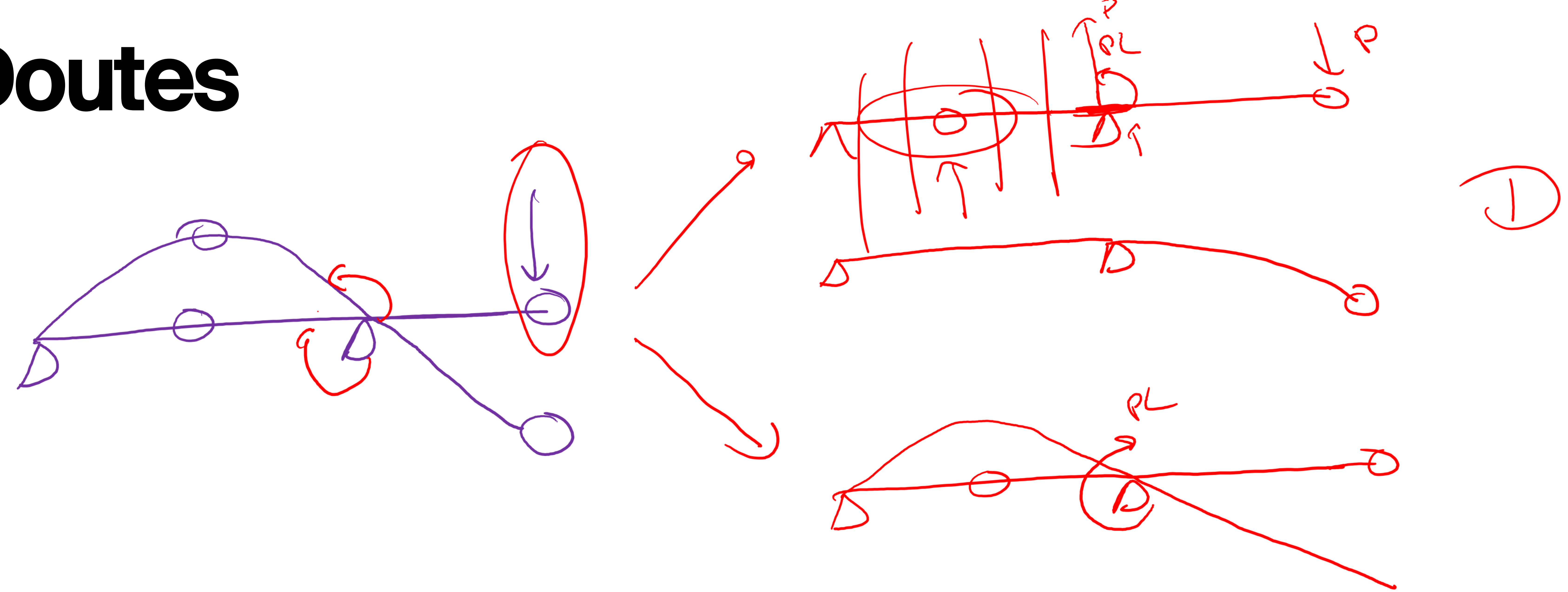
$$\sin\omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}$$

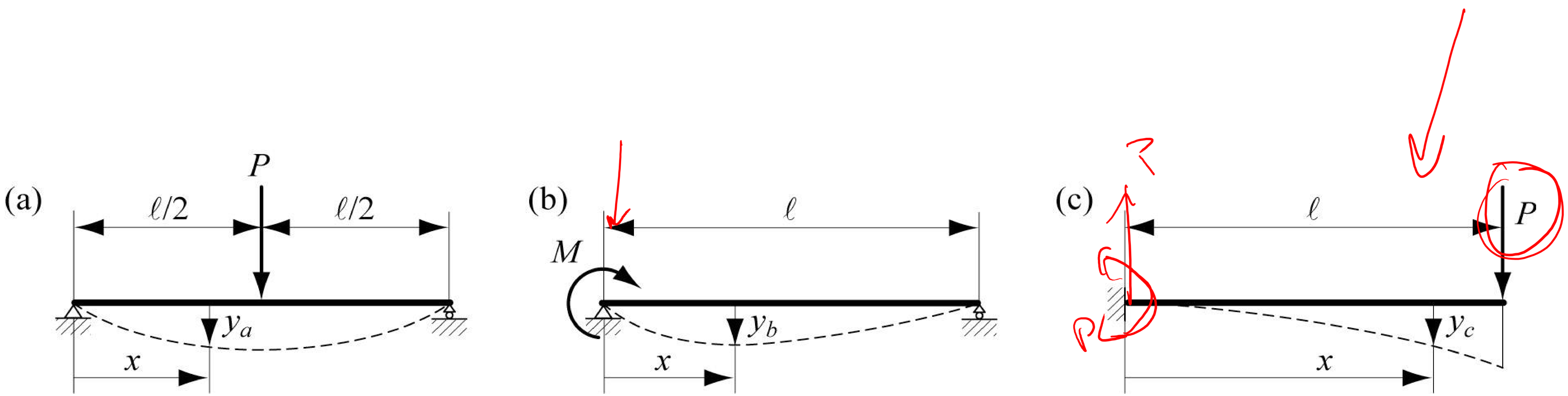
$$\cosh(\omega t) = \frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2}$$

$$\sinh(\omega t) = \frac{e^{\omega t} - e^{-\omega t}}{2}$$

EPFL

Doutes





EPFL

Semaine 11
QCMs

ME-332 – Mécanique Vibratoire

École
polytechnique
fédérale
de Lausanne

Plan du cours

Week	Jours	Partie du cours	Exercices	Homework
1	09.09//11.09	Intro et oscillateur 1D libre conservatif	Série 1	Leçon 1.1&1.2
2	18.09	Oscillateur 1D libre dissipatif	Série 2	Leçon 2.1&2.2
3	23.09//25.09	Régime permanent harmonique (complexe)	Série 3	Leçon 3.1&3.2
4	30.09//02.10	Régime permanent périodique (série de Fourier)	Série 4	Leçon 4.1&4.2
5	07.10//09.10	Régime forcé général (transf. Laplace ou Fourier)	Série 5	Leçon 5.1&5.2
6	14.10//16.10	Systèmes à 2 DDL conservatifs	Série 6	Leçon 6.1&6.2
BREAK!!!				
7	28.10//30.10	Récapitulatif // séance de QCMs	**MIDTERM**	
8	04.11//06.11	Systèmes à 2DDL dissipatifs, osc. de Frahm	Série 7	Leçon 7.1&7.2
9	11.11//13.11	Systèmes à n DDL, conservatif	Série 8a	Leçon 8.1&8.2
10	18.11//20.11	Systèmes à n DDL, conservatif	Série 8b	
11	25.11//27.11	Systèmes à n DDL, dissipatif	Série 9	Leçon 9.1&9.2
12	02.12//04.12	Systèmes à n DDL, forcé	Série 10	Leçon 10.1&10.2
13	09.12//11.12	Systèmes continus: barres & poutres	Série 11	Leçon 11.1&11.2
14	16.12//18.12	Récapitulatif // séances de QCMs		

Before we start... let's connect!

- Smartphones
  - iPhone
  - Android

  Download and install the app "*PointSolutions*"

pointsolutions powered by echo360

- Computers (or Windows Phones)
  - Go to www.responseware.eu

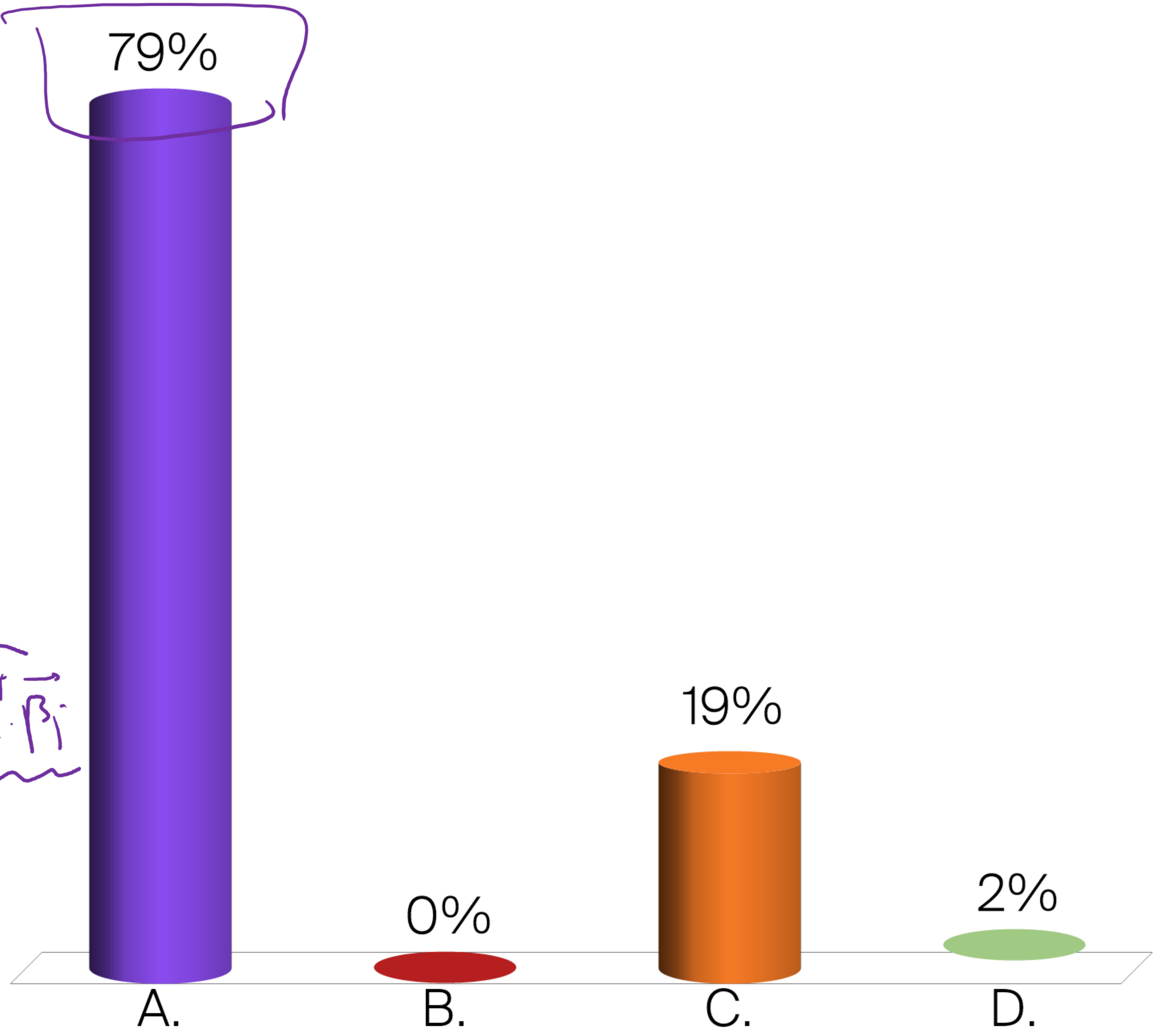
- Choose **EUROPE Server** (if asked)
- Join session – **ME332**
- When asked – **do not input your name. Enter as anonymous.**

EPFL

Système avec $M = m\mathbb{I}$, $\vec{\beta}$ ortogonaux?

$B = \left(\vec{\beta}_I, \vec{\beta}_{II}, \ldots \vec{\beta}_N\right)$

A. Oui
B. Non
C. Ça dépend
D. Je ne sais pas



$M \rightarrow$ réelles $\rightarrow \{x_1, x_2, x_3 \ldots\}$

$\downarrow$

$M^\circ \rightarrow$ modales ; $M^\circ = \begin{pmatrix} m_I & & & 0 \\ & m_{II} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & m_N \end{pmatrix}$

$M^\circ = B^t M B$

$M^\circ_{ij} = B_i^T \cdot M \cdot B_j = \vec{\beta}_i^T \cdot M \cdot \vec{\beta}_j = m \cdot \vec{\beta}_i^T \cdot \vec{\beta}_j$

$i \neq j \Rightarrow M^\circ_{ij} = 0 = m \cdot \vec{\beta}_i^T \cdot \vec{\beta}_j$

$$\vec{\beta}_I = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \vec{\beta}_{III} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$ **. Combien DdL?**

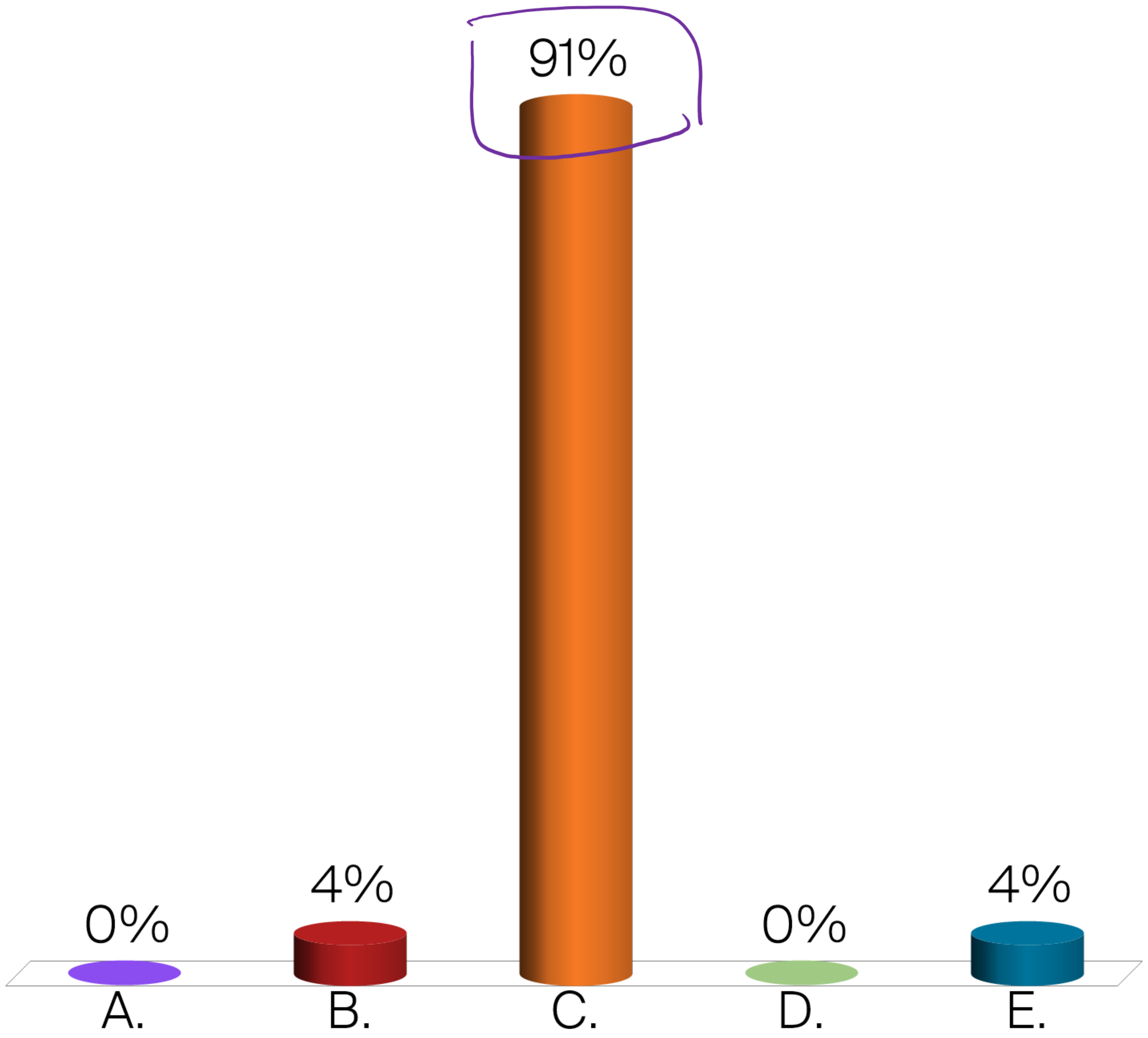
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. Je ne sais pas



$\vec{\beta}_{II}$?

$M = m\,I$

$$\vec{\beta}_I = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \ \vec{\beta}_{III} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$

A. $\vec{\beta}_{II} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

B. $\vec{\beta}_{II} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

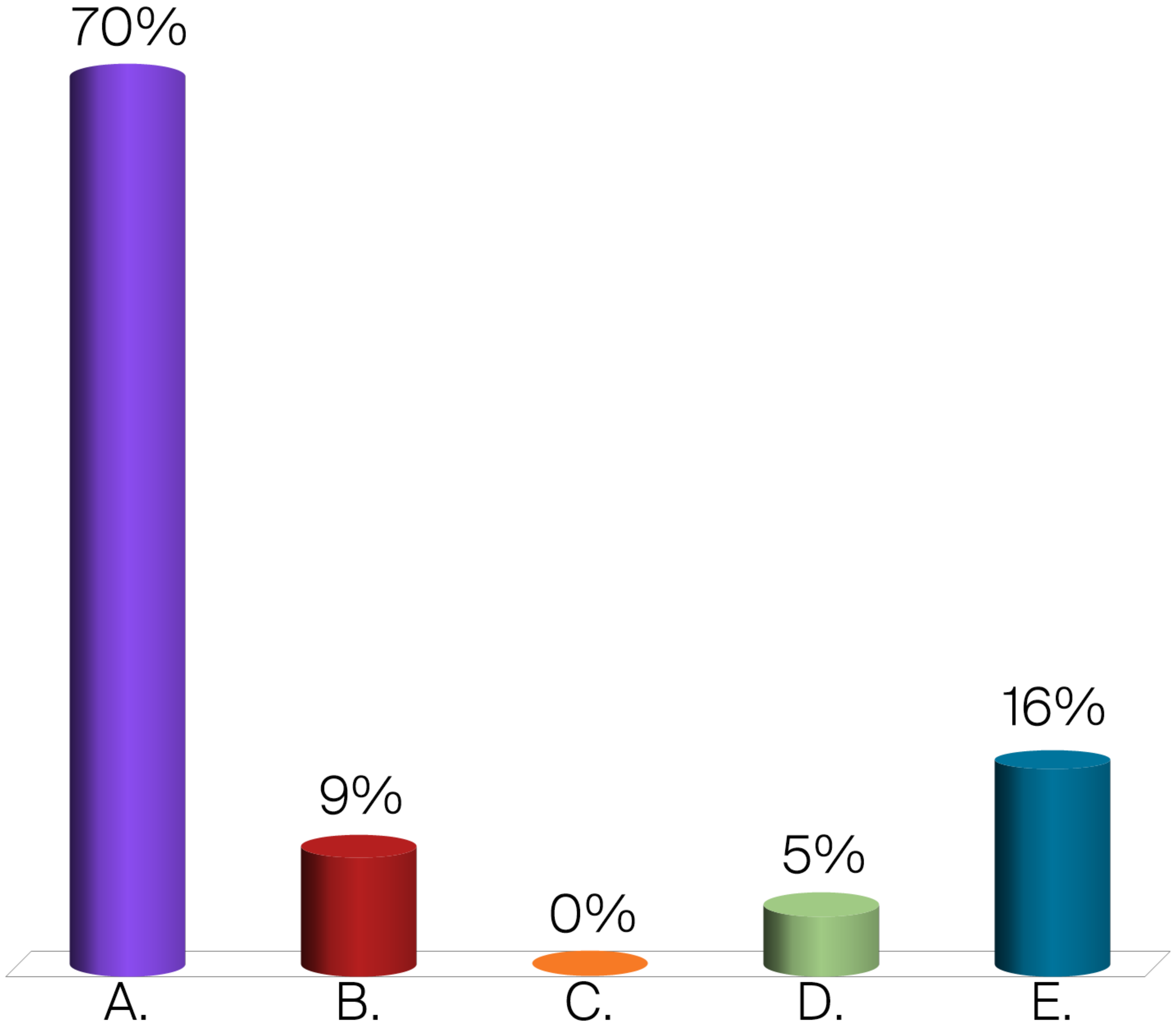
C. $\vec{\beta}_{II} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

D. $\vec{\beta}_{II} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

E. Je ne sais pas

$\begin{pmatrix} \pi \\ 0 \\ -\pi \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 100000000 \\ 0 \\ -100000000 \end{pmatrix}$



EPFL Matrice de masses en coordonnées modales?

$\underline{M = m\mathbb{I}}$ $\quad \Phi_I = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ $\quad \Phi_{II} = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

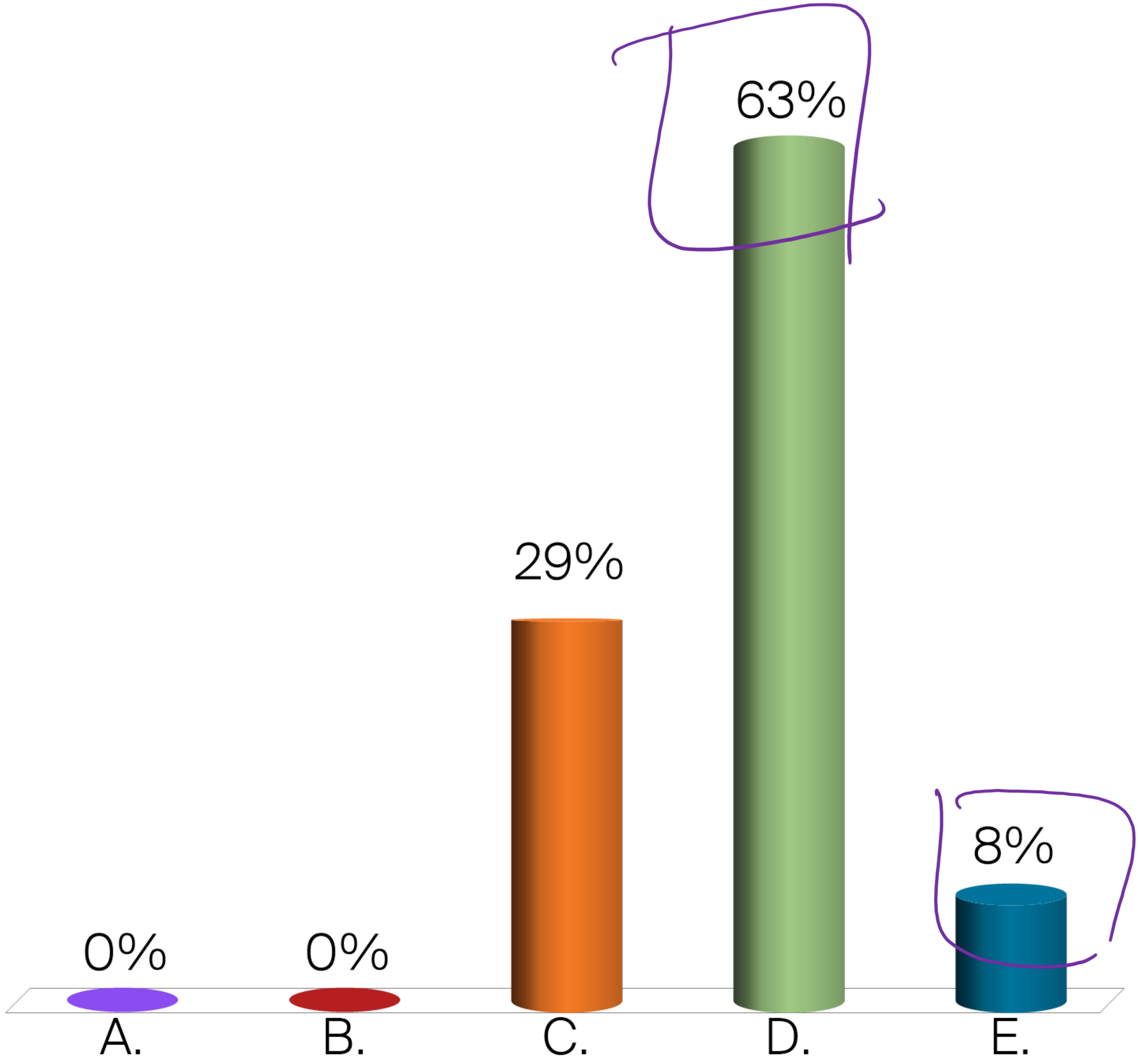
A. $M^0 = m\mathbb{I}$

B. $M^0 = 2m\mathbb{I}$

C. $M^0 = m\begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & 6\end{pmatrix}$

D. Ça dépend

E. Je ne sais pas



Matrice de masses en coordonnées modales?

$M = m\mathbb{I}$

$$\vec{\beta}_I = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix};\ \vec{\beta}_{II} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix};\ \vec{\beta}_{III} = \begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix} \longrightarrow B = \begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 0 & -2\\1 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

A. $M^0 = m\mathbb{I}$

B. $M^0 = 2m\mathbb{I}$

C. $M^0 = m\begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & 6\end{pmatrix}$

D. Ça dépend

E. Je ne sais pas

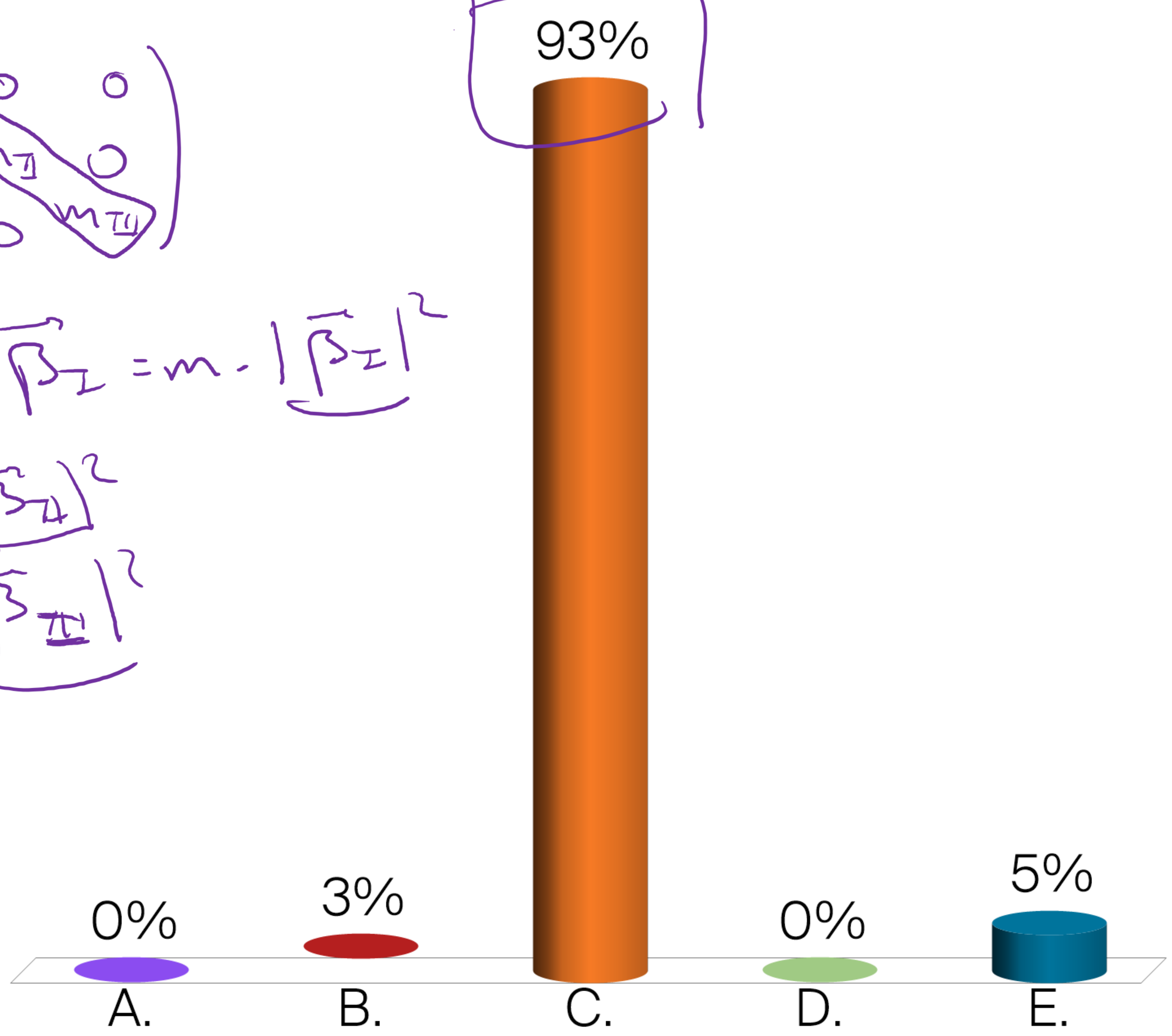
$$M^0 = \begin{pmatrix}m_I & 0 & 0\\0 & m_{II} & 0\\0 & 0 & m_{III}\end{pmatrix}$$

$m_I = \vec{\beta}_I^T \cdot M \cdot \vec{\beta}_I = m \cdot |\vec{\beta}_I|^2$

$m_{II} = m \cdot |\vec{\beta}_{II}|^2$

$m_{III} = m \cdot |\vec{\beta}_{III}|^2$

$M^0 = B^T M B$



Matrice de rigidité en coordonnées modales?

A. $K^0 = k\mathbb{I}$

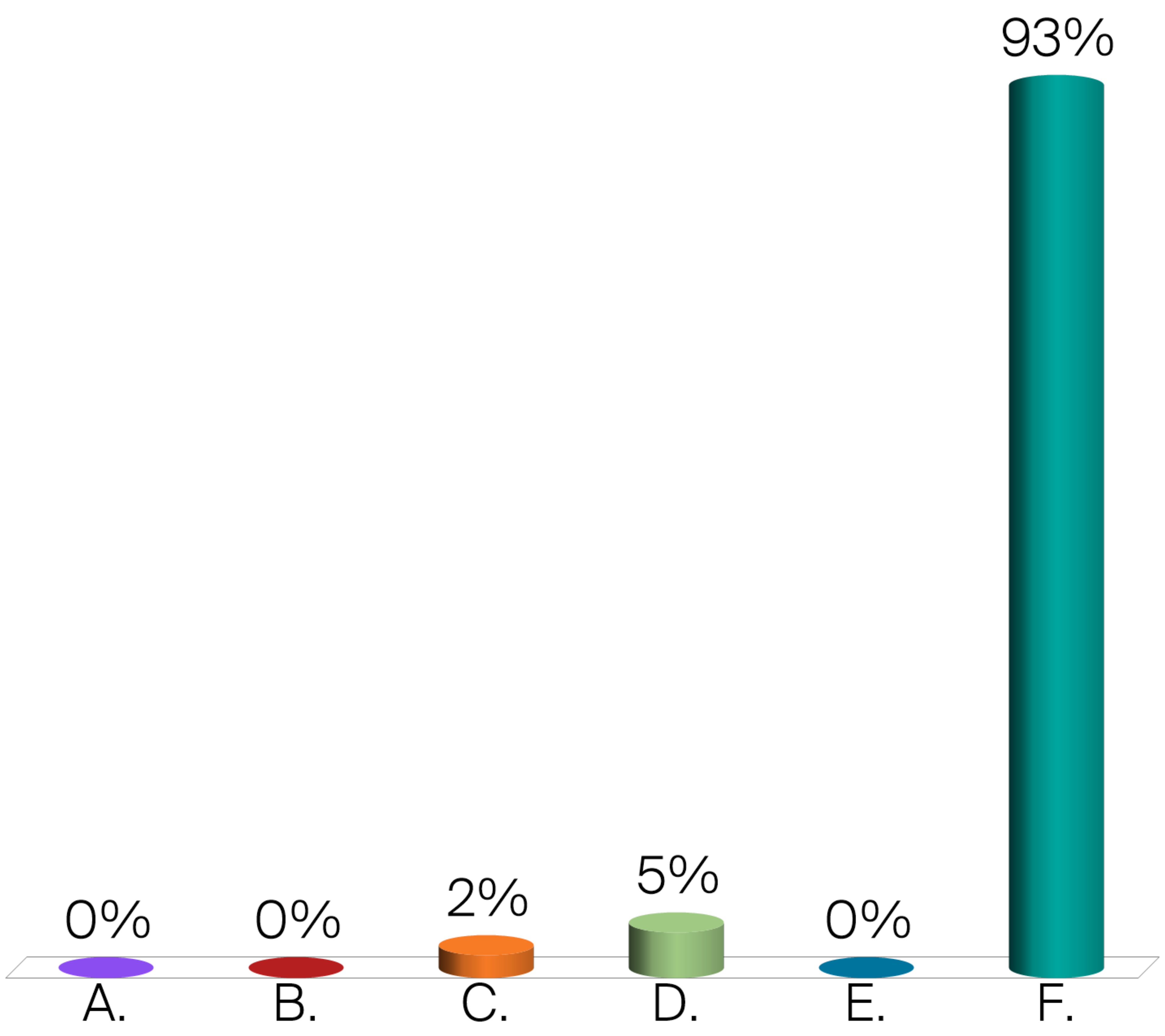
B. $K^0 = 2k\mathbb{I}$

C. $K^0 = k\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

D. Ça dépend

E. Je ne sais pas

F. On a besoin de plus d'info



Matrice de rigidité en coordonnées modales?

$$\omega_{I,0} = \sqrt{\frac{k}{m}}, \omega_{II,0} = \sqrt{\frac{2k}{m}}, \omega_{III,0} = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$$

M^0, K^0 ??

A. $K^0 = k\mathbb{I}$

B. $K^0 = 2k\mathbb{I}$

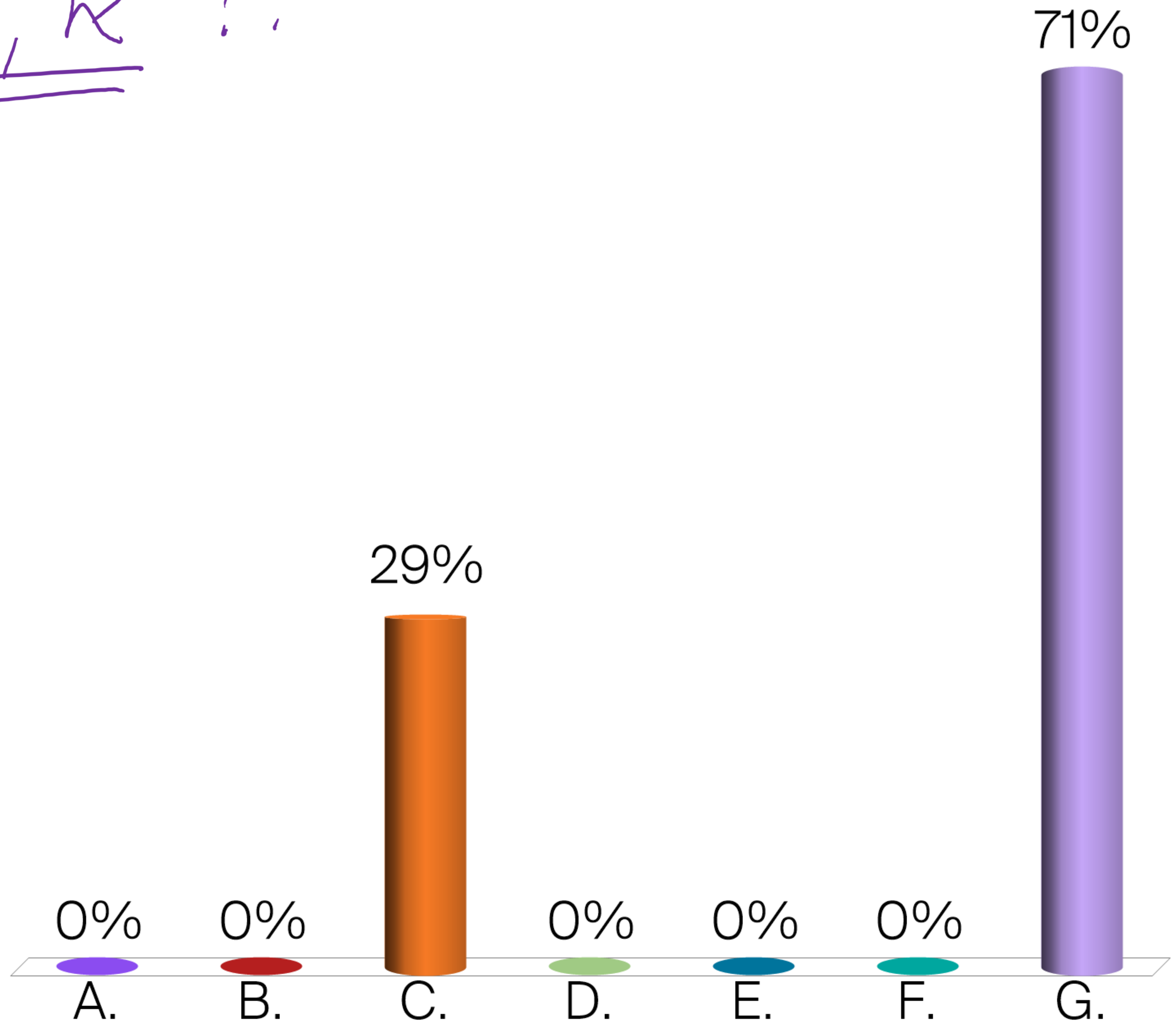
C. $K^0 = k\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}$

D. $K^0 = k\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

E. Ça dépend

F. Je ne sais pas

G. Pour quelles vecteurs propres?



Matrice de rigidité en coordonnées modales?

$$\omega_{I,0} = \sqrt{\frac{k}{m}}, \omega_{II,0} = \sqrt{\frac{2k}{m}}, \omega_{III,0} = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\vec{\beta}_I = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix};\ \vec{\beta}_{II} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix};\ \vec{\beta}_{III} = \begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$$

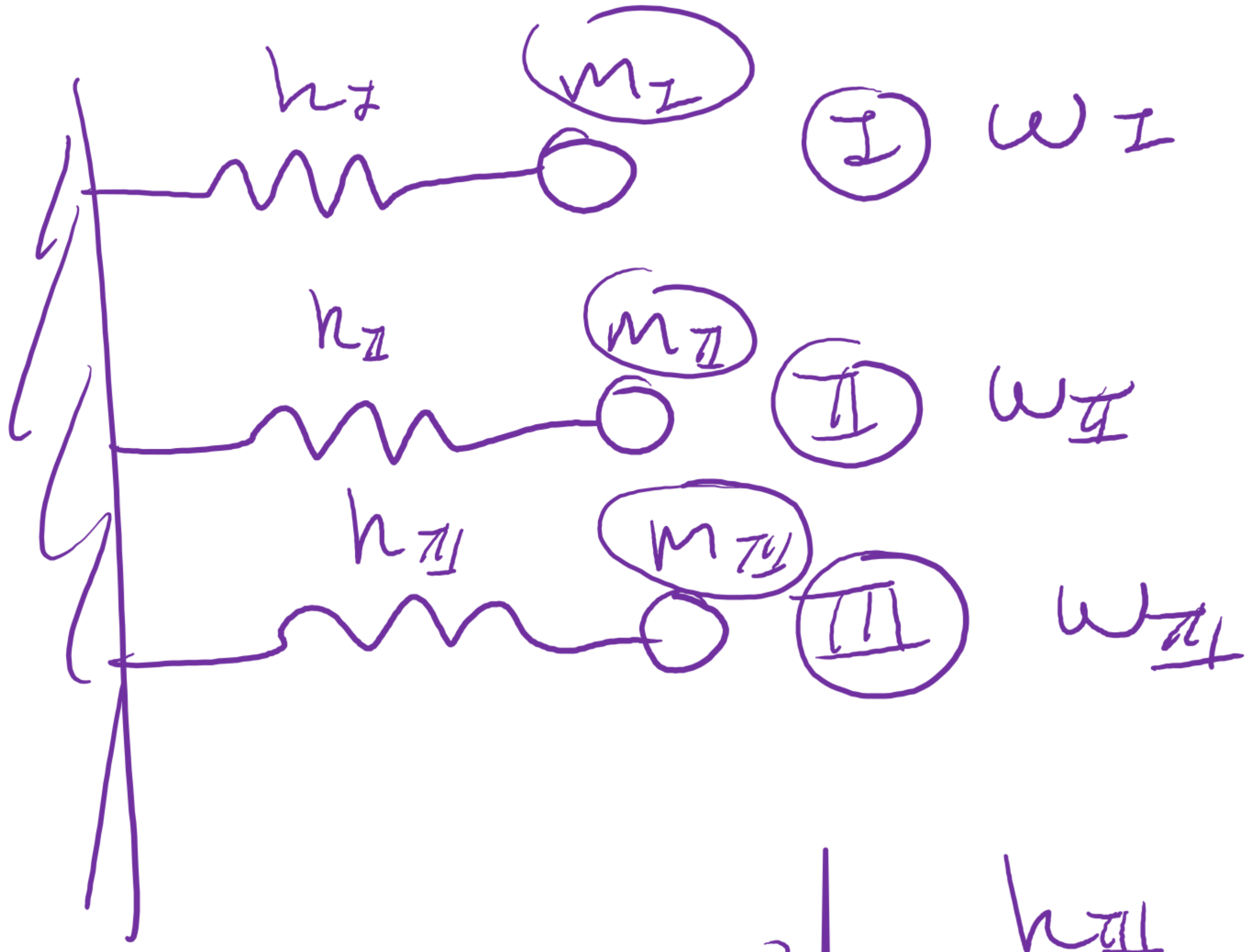
A. $K^0 = k\mathbb{I}$

B. $K^0 = 2k\mathbb{I}$

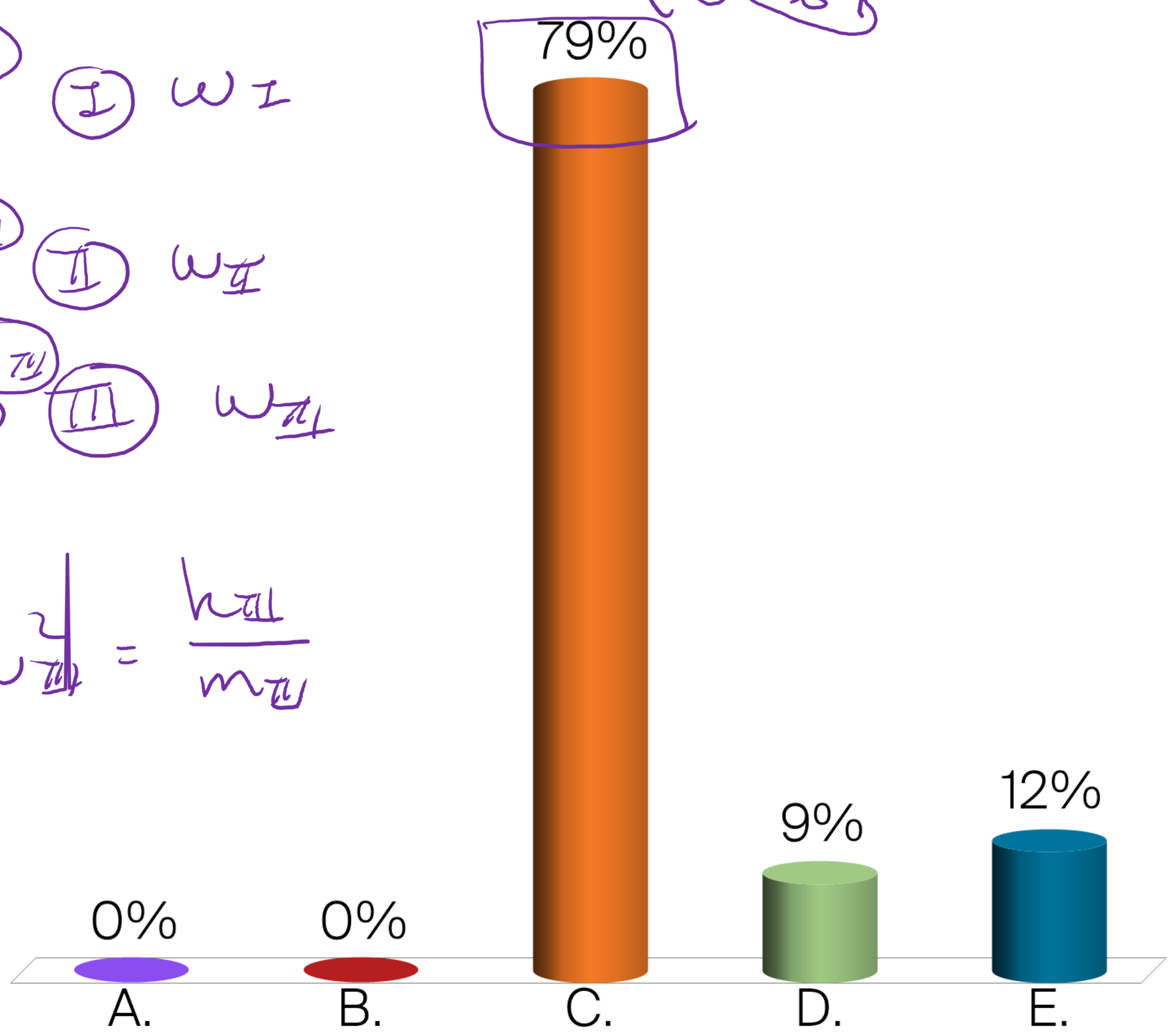
C. $K^0 = k\begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\0 & 4 & 0\\0 & 0 & 24\end{pmatrix}$

D. $K^0 = k\begin{pmatrix}9 & 0 & 0\\0 & 12 & 0\\0 & 0 & 6\end{pmatrix}$

E. Je ne sais pas



$\omega_I^2 = \frac{k_I}{m_I}$; $\omega_{II}^2 = \frac{k_{II}}{m_{II}}$; $\omega_{III}^2 = \frac{k_{III}}{m_{III}}$



Mécanique Vibratoire - ME332 - SGM Ba5 - G. Villanueva